代號：70340
　　　70440
頁次：4－1

108年公務人員特種考試警察人員、一般警察人員考試及 108年特種考試交通事業鐵路人員、退除役軍人轉任公務人員考試試題

考　試　別：鐵路人員考試
等　　　別：高員三級考試
類　科　別：電力工程、電子工程
科　　　目：工程數學
考試時間：2小時　　　　　　　　　　　　　　　座號：＿＿＿＿＿＿

※注意：禁止使用電子計算器。

甲、申論題部分：（50分）

㈠不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在申論試卷上，於本試題上作答者，不予計分。
㈡請以藍、黑色鋼筆或原子筆在申論試卷上作答。
㈢本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、令一行列式為 $\begin{vmatrix} 2+x & 3 & 5 \\ 2 & 3+x & 5 \\ 2 & 3 & 5+x \end{vmatrix}$ =0，求 x 為何？（10分）

二、令複變函數 $f(z)=\dfrac{1}{1-3z+2z^2}$ ，試求：

㈠ $f(z)$ 的麥克勞林級數（Maclaurin series）展開式。（7分）

㈡第㈠小題之級數的收斂半徑。（3分）

三、$\dfrac{d^2y}{dx^2}+e^x y=e^{2x}$，$y(0)=1$，$\dfrac{dy(0)}{dx}$=2，以 $y=\sum_{n=0}^{\infty}C_n x^n$ 解之，求 C_0、C_1、C_2、C_3。（15分）

四、設一隨機變數（random variable）X，其期望值（expected value）$E[X]$=–3，X 的變異數（variance）$\sigma_X^2=2$。設 $Y=2X-3$，求：

㈠ Y 的期望值（expected value）：$E[Y]$。（5分）

㈡ Y^2 的期望值（expected value）：$E[Y^2]$。（5分）

㈢ Y 的變異數（variance）：σ_Y^2。（5分）

乙、測驗題部分：（50 分） 代號：4703

㈠本測驗試題為單一選擇題，請選出一個正確或最適當的答案，複選作答者，該題不予計分。
㈡共 20 題，每題 2.5 分，須用 2B 鉛筆在試卡上依題號清楚劃記，於本試題或申論試卷上作答者，不予計分。

1 令 **u**, **v** 為二向量，則下列有關其內積（inner product）與外積（cross product）的敘述何者錯誤？

(A)$\mathbf{u}\times\mathbf{v}=\mathbf{v}\times\mathbf{u}$ (B)$\mathbf{u}\bullet\mathbf{v}=\mathbf{v}\bullet\mathbf{u}$ (C)$|\mathbf{u}\times\mathbf{v}|\le|\mathbf{u}||\mathbf{v}|$ (D)$|\mathrm{u}\bullet\mathrm{v}|\le|\mathrm{u}||\mathrm{v}|$

2 在三度空間中，由 $P_1(4, 6, 5)$、$P_2(4, 9, 5)$與 $P_3(8, 6, 7)$所形成的三角形面積為何？

(A)$\sqrt{45}$ (B)$\frac{\sqrt{45}}{2}$ (C)45 (D)$\frac{45}{2}$

3 下列何者是向量$v=\begin{bmatrix}1\\1\\3\end{bmatrix}$在$w_1=\begin{bmatrix}0\\3\\1\end{bmatrix}$及$w_2=\begin{bmatrix}2\\0\\0\end{bmatrix}$所延伸（span）的空間之投影向量（projection）？

(A)$\begin{bmatrix}1\\\frac{9}{5}\\\frac{3}{5}\end{bmatrix}$ (B)$\begin{bmatrix}\frac{3}{8}\\1\\\frac{2}{\sqrt{8}}\end{bmatrix}$ (C)$\begin{bmatrix}2\\3\\1\end{bmatrix}$ (D)$\begin{bmatrix}\frac{2}{3}\\\frac{1}{2}\\\frac{3}{\sqrt{10}}\end{bmatrix}$

4 試決定 a 與 b 之值，使以下系統方程式具有無限多組解（infinite number of solutions）？

$$x+2y+3z=5$$
$$2x+y+az=4$$
$$3x+2y+2z=b$$

(A)$a=-\frac{3}{4}$，$b=-7$ (B)$a=\frac{3}{4}$，$b=7$ (C)$a=-\frac{4}{3}$，$b=-7$ (D)$a=-\frac{4}{3}$，$b=7$

5 假設矩陣 A 及 B 為兩個相同階數之方陣，且 A 及 B 兩矩陣皆為非奇異矩陣，下列敘述何者恆真？

(A) A+B 亦為非奇異矩陣 (B)$|\mathrm{AB}|=0$

(C)假設 AB=A+B，則 AB=BA (D)$adj(\mathrm{AB})=adj(\mathrm{A})adj(\mathrm{B})$

6 設矩陣$A=\begin{bmatrix}4&2&2\\2&4&2\\2&2&4\end{bmatrix}$，下列何者不是 A 的特徵向量（eigenvector）？

(A)$\begin{bmatrix}1\\1\\1\end{bmatrix}$ (B)$\begin{bmatrix}-1\\0\\1\end{bmatrix}$ (C)$\begin{bmatrix}-1\\1\\0\end{bmatrix}$ (D)$\begin{bmatrix}-1\\1\\1\end{bmatrix}$

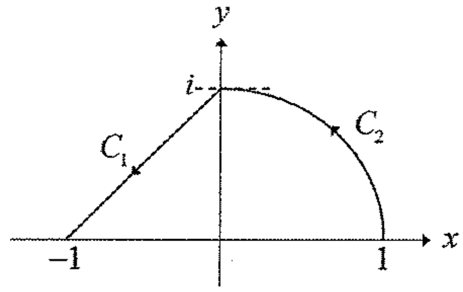
7 請計算$\cos(2\pi i)$之值，其中$i=\sqrt{-1}$：

(A)1 (B)i (C)$\cosh(2\pi)$ (D)$\frac{1}{2}(e^{-2\pi}-e^{2\pi})$

8 求$-1+4i$ 的極式（Polar form）？

(A)$-\sqrt{17}e^{i(\pi-\tan^{-1}(4))}$ (B)$\sqrt{17}e^{i(\pi-\tan^{-1}(4))}$ (C)$-\sqrt{17}e^{i(\pi-\tan^{-1}(0.25))}$ (D)$\sqrt{17}e^{i(\pi-\tan^{-1}(0.25))}$

9　根據下圖所示之路徑 $C = C_1 + C_2$，$z = x + yi$，試問線積分 $\int_C \bar{z} dz$ 為何？



(A) $1+\frac{\pi}{2}i$　(B) $(1+\frac{\pi}{2})i$　(C) $1+\frac{5\pi}{2}i$　(D) $(1+\frac{5\pi}{2})i$

10　給定一複數函數 $f(z) = x^2 - y^2 + i2|xy|$，其中 $z = x + yi$，則下列何者正確？

(A) $f(z)$在 $x>0$ 且 $y>0$的範圍都是可解析（Analytic）

(B) $f(z)$在 $x<0$ 且 $y<0$的範圍都是不可微分

(C)當 $xy<0$時，$f(z)$是可解析（Analytic）

(D)當 $xy>0$時，$f(z)$都是可微分且 $f'(z)=2x-i2y$

11　$z_1 = 4+3i$，$z_2 = 2-5i$，$i=\sqrt{-1}$；則 $\bar{z}_1 \cdot \bar{z}_2$ 為何？（其中 $\bar{z}$ 表示 z 的共軛複數）

(A)23+14i　(B)23－14i　(C)－23+14i　(D)－23－14i

12　求下列微分方程式的特解：

$xy'+y=\sin(x)$且初始條件$y(\frac{\pi}{3})=0$

(A) $xy=\frac{1}{2}+\cos(x)$　(B) $xy=\frac{1}{2}-\cos(x)$　(C) $xy=2-\cos(x)$　(D) $xy=2+\cos(x)$

13　已知微分方程式 $y''+3y'+2y=12x^2$（其中 $y'=\frac{dy}{dx}, y''=\frac{d^2y}{dx^2}$）的特殊解是 $y(x)=ax^2+bx+c$，a, b, c 是常數，則下列敘述何者正確？

(A) $5<a+b+c<10$　(B) $0<a+b+c<5$　(C) $-5<a+b+c<0$　(D) $-10<a+b+c<-5$

14　邊界條件設定為$\phi(x,0)=x^4$之偏微分方程式$\frac{\partial\phi}{\partial x}+\frac{1}{x}\frac{\partial\phi}{\partial y}-2\frac{y}{x}=0$，其解為：

(A) $\phi=y^2+x^4e^{-4y}$　(B) $\phi=y^4+x^2e^{-4y}$　(C) $\phi=y^2+x^2e^{-4x}$　(D) $\phi=y^2+x^4e^{-4x}$

15 求微分方程式 $y''-y'+x^2y=0$ 的級數解：

(A) $a_0\left(1-\frac{1}{12}x^4+\ldots\right)+a_1\left(x-\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{24}x^4+\ldots\right)$，其中 $a_0,\ a_1$ 為常數

(B) $a_0\left(x+\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{24}x^4+\ldots\right)+a_1\left(x+\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{6}x^4+\ldots\right)$，其中 $a_0,\ a_1$ 為常數

(C) $a_0\left(1+\frac{1}{12}x^4+\ldots\right)+a_1\left(x+\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{24}x^4+\ldots\right)$，其中 $a_0,\ a_1$ 為常數

(D) $a_0\left(1-\frac{1}{12}x^4+\ldots\right)+a_1\left(x+\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{6}x^3+\frac{1}{24}x^4+\ldots\right)$，其中 $a_0,\ a_1$ 為常數

16 定義函數 $f(t)$ 之拉普拉斯轉換（Laplace transform）$L\{f(t)\}=\int_0^\infty f(t)e^{-st}dt$，令 $L\{f(t)\}=\frac{6s}{(s^2+5)^2}$，則 $f(t)$ 為何？

(A) $\frac{6\sqrt{5}}{5}\cos\sqrt{5}t$　(B) $\frac{6\sqrt{5}}{5}\sin\sqrt{5}t$　(C) $\frac{3\sqrt{5}}{5}t\cos\sqrt{5}t$　(D) $\frac{3\sqrt{5}}{5}t\sin\sqrt{5}t$

17 設 $f(x)=\begin{cases}1, -2<x<2\\ 0, \quad \text{其他}\end{cases}$，求其傅立葉轉換（Fourier transform）中 $\hat{f}(\omega)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}f(x)e^{-i\omega x}dx$ 為何？

(A) $\hat{f}(\omega)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\frac{\sin 2\omega}{\omega}$　(B) $\hat{f}(\omega)=\frac{\sin 2\omega}{\omega}$

(C) $\hat{f}(\omega)=\sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{\sin 2\omega}{\omega}$　(D) $\hat{f}(\omega)=\sqrt{2\pi}\frac{\sin 2\omega}{\omega}$

18 令 Z 為一標準常態分布隨機變數（standard normal random variable），其機率密度函數（probability density function）為 $f(z)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{z^2}{2}}, -\infty<z<\infty$，試求 $Y=|Z|$ 之機率密度函數：

(A) $\frac{1}{\sqrt{2\pi y}}e^{-\frac{y}{2}}, 0<y<\infty$　(B) $\sqrt{\frac{2}{\pi}}e^{-\frac{y^2}{2}}, 0<y<\infty$

(C) $2ye^{-y^2}, 0<y<\infty$　(D) $\frac{1}{\sqrt{2\pi}}y^{-\frac{3}{2}}e^{-\frac{1}{2y}}, 0<y<\infty$

19 給定一個隨機變數 X，其累積分布函數（cumulative distribution function）

$$F(x)=\begin{cases}0, & x<0\\ \frac{2}{7}, & 0\le x<1\\ \frac{6}{7}, & 1\le x<2\\ 1, & x\ge 2\end{cases}$$

，試求機率 $P(0<X\le 2)$ 為何？

(A) $\frac{2}{7}$　(B) $\frac{4}{7}$　(C) $\frac{5}{7}$　(D) $\frac{6}{7}$

20 令 $X_1, X_2, \ldots, X_n$ 為獨立隨機變數，$a_1, a_2, \ldots, a_n$ 為任意實數，下列何者錯誤？

(A) $E\left[\sum_{i=1}^n a_iX_i\right]=\sum_{i=1}^n a_iE[X_i]$

(B) $Var\left(\sum_{i=1}^n a_iX_i\right)=\sum_{i=1}^n a_iVar(X_i)$

(C) $Cov(\sum_{i=1}^n a_iX_i, \sum_{j=1}^n a_jX_j)=\sum_{i=1}^n a_i^2Var(X_i)$

(D) $\sum_{i=1}^n\sum_{j=1}^n Cov(a_iX_i, a_jX_j)=\sum_{i=1}^n a_i^2Var(X_i)$

測驗式試題標準答案

考試名稱：108年公務人員特種考試警察人員、一般警察人員考試及108年特種考試交通事業鐵路人員、退除役軍人轉任公務人員考試

類科名稱：電力工程、電子工程

科目名稱：工程數學（試題代號：4703）

單選題數：20題　　單選每題配分：2.50分

複選題數：　　複選每題配分：

標準答案：

題號	第1題	第2題	第3題	第4題	第5題	第6題	第7題	第8題	第9題	第10題
答案	A	A	A	B	C	D	C	B	B	A
題號	第11題	第12題	第13題	第14題	第15題	第16題	第17題	第18題	第19題	第20題
答案	A	B	A	A	D	D	C	B	C	B
題號	第21題	第22題	第23題	第24題	第25題	第26題	第27題	第28題	第29題	第30題
答案										
題號	第31題	第32題	第33題	第34題	第35題	第36題	第37題	第38題	第39題	第40題
答案										
題號	第41題	第42題	第43題	第44題	第45題	第46題	第47題	第48題	第49題	第50題
答案										
題號	第51題	第52題	第53題	第54題	第55題	第56題	第57題	第58題	第59題	第60題
答案										
題號	第61題	第62題	第63題	第64題	第65題	第66題	第67題	第68題	第69題	第70題
答案										
題號	第71題	第72題	第73題	第74題	第75題	第76題	第77題	第78題	第79題	第80題
答案										
題號	第81題	第82題	第83題	第84題	第85題	第86題	第87題	第88題	第89題	第90題
答案										
題號	第91題	第92題	第93題	第94題	第95題	第96題	第97題	第98題	第99題	第100題
答案										

備　　註：